

## Задача №1

Серёжа — активный геймер, и вот недавно он начал проходить интересную игру уровнями. Игра организована так, что после успешного прохождения каждого уровня он получает право на короткий отдых. Уровень в игре занимает у него  $y$  минут, а после завершения уровня он отдыхает  $x$  минут. Серёже предстоит пройти  $n$  уровней подряд. Если последний уровень завершается раньше обычного периода отдыха, то финальный отдых отменяется. Требуется определить, сколько времени займёт прохождение всех уровней с учётом интервалов отдыха.

Входные данные

В первой строке дано три целых числа: -  $y$  ( $1 \leq y \leq 10^3$ ) — время прохождения одного уровня, -  $x$  ( $1 \leq x \leq 10^2$ ) — время отдыха после каждого уровня, -  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^{10}$ ) — количество уровней, которые Серёжа планирует пройти.

Выходные данные

Выведите единственное целое число — общее время, затраченное на прохождение всех уровней и отдых между ними. Так как результат может быть большим, используйте большие целочисленные типы данных (например, `long long` в C++).

Примеры

Вход:

10 5 3

Выход:

40

Объяснение: Серёжа играет три уровня по 10 минут и отдыхает дважды по 5 минут. Игровой процесс занял 30 минут, отдых — 10 минут. Итого:  $30+10=40$  минут.

Вход:

20 10 4

Выход:

110

Объяснение: Серёжа проходит четыре уровня по 20 минут и отдыхает трижды по 10 минут. Игра заняла 80 минут, отдых — 30 минут. Итого:  $80+30=110$  минут.

## Задача №2

Группа школьников активно общаются в чате школьного сообщества, где доступна возможность оставлять эмоциональные реакции под сообщениями. Каждый ученик может выразить своё отношение к сообщению двумя способами: поставить одну эмоцию или две эмоции одновременно. Сообщение получило следующие виды реакций:

-  ("Нравится") —  $a$  штук,
-  ("Весело") —  $b$  штук,
-  ("Одобрю") —  $c$  штук.

Все ученики выражают эмоции честно и искренне, однако некоторые из них предпочли поставить сразу две реакции под одним сообщением. Ваша задача — выяснить минимальное количество учеников, которые могли поставить все указанные реакции.

Входные данные

Три строки, содержащие целые положительные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  соответственно — количество эмоций каждого вида (каждое число не превышает  $7 \cdot 10^7$ ).

Выходные данные

Единственное число — минимальное количество учащихся, которые могли поставить указанные реакции.

Ограничения по времени

Максимальное время выполнения программы — 0.5 секунды.

Система оценки

За корректное решение задачи при ограничениях до 10 реакций каждого типа начисляются 45% баллов.

Замечания

Приведённый ниже пример показывает минимальный случай размещения реакций тремя учащимися:

Вход:

2

2

1

Выход:

3

- Первый ученик поставил реакции "Нравится" и "Весело",
- Второй ученик поставил реакции "Весело" и "Одобрю",
- Третий ученик поставил реакцию "Нравится".

Таким образом, возможно установить минимальное количество школьников, выразивших своё мнение. Здесь минимум трое учеников могли поставить реакции указанным образом.

### Задача №3

В школе организовали соревнование по сборке конструктора LEGO. Два ученика, Женя и Стас, соревнуются в построении башни. Сборка этажа конструкции у Жени занимает  $a$  минут, а у Стаса —  $b$  минут. Соревнование начинается одновременно, и ребята собирают башню этаж за этажом. После сборки очередной башни каждый участник начинает заново снизу, строя очередной этаж. Женя и Стас захотели узнать, через сколько минут после начала соревнований они впервые соберут верхний этаж одновременно?

Входные данные

В первой строке вводится целое число  $a$  ( $1 < a < 10^3$ ) — время, за которое Женя собирает один этаж. Во второй строке вводится целое число  $b$  ( $1 < b < 10^3$ ) — время, за которое Стас строит один этаж.

Выходные данные

Выведите одно целое число — минимальное время (в минутах), через которое Женя и Стас соберут верхний этаж одновременно. Если одновременное завершение строительства верхнего этажа невозможно, выведите "-1". Учтите, что ответ может превышать пределы стандартного 32-битного целого числа, поэтому используйте большие целочисленные типы данных (например, `long long` в C++).

Пример 1:

Вход:

3

5

Выход:

15

Комментарий: Через 15 минут Женя построит пятый этаж, а Стас — третий этаж, и они закончат строительство этажей одновременно.

Пример 2:

Вход:

2

4

Выход:

4

Комментарий: Через 4 минуты Женя поднимется на второй этаж, а Стас завершит сборку первого этажа, и они одновременно достигнут верхних этажей.

#### Задача 4

В рамках Всероссийской акции «Неделя науки» школа проводит научно-практический марафон по пяти направлениям: математика, физика, химия, биология и информатика. Учащиеся могут выбрать любое количество направлений для участия. За неделю мероприятия установлено, что:

- В марафоне по математике зарегистрировалось  $M=150$  школьников.
- В марафоне по физике —  $Ph=120$  школьников.
- В марафоне по химии —  $Ch=100$  школьников.
- В марафоне по биологии —  $Bio=90$  школьников.
- В марафоне по информатике —  $IT=80$  школьников.

Однако многие ученики проявили активность и выбрали сразу несколько дисциплин:

- Участниками математики и физики стали  $MPh=50$  школьников.
- Участниками математики и химии —  $MCh=40$  школьников.
- Участниками математики и биологии —  $MBio=35$  школьников.
- Участниками математики и информатики —  $MIT=30$  школьников.
- Участниками физики и химии —  $PhCh=30$  школьников.
- Участниками физики и биологии —  $PhBio=25$  школьников.
- Участниками физики и информатики —  $PhIT=20$  школьников.
- Участниками химии и биологии —  $ChBio=20$  школьников.
- Участниками химии и информатики —  $ChIT=15$  школьников.
- Участниками биологии и информатики —  $BioIT=10$  школьников.

Некоторым особенно активным участникам удалось зарегистрироваться сразу в трёх направлениях:

- В математике, физике и химии участвовали  $MPhCh=15$  школьников.
- В математике, физике и биологии —  $MPhBio=12$  школьников.
- В математике, физике и информатике —  $MPhIT=10$  школьников.
- В математике, химии и биологии —  $MChBio=10$  школьников.
- В математике, химии и информатике —  $MChIT=8$  школьников.
- В математике, биологии и информатике —  $MBioIT=7$  школьников.
- В физике, химии и биологии —  $PhChBio=8$  школьников.
- В физике, химии и информатике —  $PhChIT=6$  школьников.
- В физике, биологии и информатике —  $PhBioIT=5$  школьников.
- В химии, биологии и информатике —  $ChBioIT=4$  школьника.

Среди особо активных школьников есть и те, кто выбрал четыре направления:

- В математике, физике, химии и биологии участвовали  $MPhChBio=3$  школьника.
- В математике, физике, химии и информатике —  $MPhChIT=3$  школьника.
- В математике, физике, биологии и информатике —  $MPhBioIT=2$  школьника.
- В математике, химии, биологии и информатике —  $MChBioIT=2$  школьника.
- В физике, химии, биологии и информатике —  $PhChBioIT=2$  школьника.

Наконец, оказался один школьник, принявший участие во всех пяти направлениях!

**Вопрос:** Сколько школьников всего приняли участие в Неделе науки?

### Задание 5

На занятии по информатике учащимся дали задачу: необходимо решить систему сложных логических уравнений, включающую десять двоичных переменных ( $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ ). Каждая переменная принимает значение либо 0 («ложь»), либо 1 («истина»). Ученикам сообщили, что успешно справившиеся получают дополнительные баллы, которые повлияют на итоговую оценку по предмету.

Система уравнений выглядит следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} (X_1 \wedge X_2) \vee (\neg X_3 \wedge X_4) = 1, \\ (\neg X_1 \vee X_3) \wedge (X_2 \vee X_5) = 1, \\ (X_1 \oplus X_2) \wedge (X_3 \vee X_4) = 0, \\ \neg((\neg X_2 \wedge X_3) \vee (X_4 \wedge X_5)) = 1, \\ (X_1 \rightarrow X_3) \wedge (X_2 \leftrightarrow X_4) = 1, \\ (X_6 \wedge X_7) \vee (\neg X_8 \wedge X_9) = 1, \\ (\neg X_6 \vee X_8) \wedge (X_7 \vee X_{10}) = 1, \\ (X_6 \oplus X_7) \wedge (X_8 \vee X_9) = 0, \\ \neg((\neg X_7 \wedge X_8) \vee (X_9 \wedge X_{10})) = 1, \\ (X_6 \rightarrow X_8) \wedge (X_7 \leftrightarrow X_9) = 1 \end{array} \right.$$

Используются стандартные обозначения логических операций:

- $\wedge$  – логическое умножение («и»), конъюнкция.
- $\vee$  – логическое сложение («или»), дизъюнкция.
- $\neg$  – отрицание («не»).
- $\oplus$  – сложение по модулю 2 («исключающее или»).
- $\rightarrow$  – импликация («если..., то...»).
- $\leftrightarrow$  – эквивалентность («тогда и только тогда»).

Определите все возможные наборы значений переменных  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}$ , удовлетворяющие указанной системе уравнений.

### **Задание 6**

Школьники получили задание создать уникальный код доступа длиной ровно 6 символов для своего школьного проекта. Код может содержать строчные английские буквы (26 букв), цифры (10 цифр) и три специальных символа: звездочка (\*), плюс (+) и знак равно (=). Учитель предложил устроить соревнование среди учеников: кто быстрее подберёт чужой код доступ используя программу, способную проверять 500 вариантов в минуту. **Сколько времени потребуется такому ученику, чтобы гарантированно подобрать любой возможный код доступа?** Ответ дайте в минутах, округлив до ближайшего целого числа.

### Задача 7.

В информационной системе школы используется метод Base64 для хранения паролей пользователей. Пароль одного из учеников был закодирован в виде строки "QkFTRUQ=". Известно, что пароль состоит из заглавных латинских букв и цифр, и не зашифрован.

**Определите, какой пароль установлен для этого ученика.**

Идея base64 проста — обратимое кодирование, с возможностью восстановления, которое переводит все символы восьмибитной кодовой таблицы в символы, гарантированно сохраняющиеся при передаче данных в любых сетях и между любыми устройствами.

В основе алгоритма лежит сведение трех восьмерок битов (24) к четырем шестеркам (тоже 24) и представление этих шестерок в виде символов ASCII. Таким образом получается обратимое шифрование, единственным недостатком которого будет увеличивающийся при кодировании размер — в соотношении 4:3.

Пример:

Возьмем текст русский текст «АБВГД». В двоичной форме в кодировке Windows-1251 мы получим 5 байтов:

```
11000000
11000001
11000010
11000011
11000100
```

(00000000) — лишний нулевой байт нужен, чтобы общее число бит делилось на 6

Разделим эти биты на группы по 6:

```
110000
001100
000111
000010
110000
111100
010000
000000
```

Берем массив символов «ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZabcdefghijklmnopqrstuvwxyz0123456789+/>» и

получившиеся числа переводим в эти символы, используя их, как индексы массива, получаем «wMHCw8Q». Остается только добавить в конце один символ "=", как указание на один лишний нулевой байт, который мы добавляли на первом шаге и получить окончательный результат:

«АБВГД»: base64 = «wMHCw8Q=»

### Задача 8

В школьной мастерской ученики изготавливают детали из металлических заготовок. При этом образуются стружки, которые не стоит выкидывать. Ведь из  $a$  комплектов стружек (оставшихся после обработки  $a$  заготовок) можно выплавить еще одну заготовку, которую снова можно использовать для выточки детали и создания еще одного комплекта стружек. Заготовки можно купить на оптовом складе, при этом в целях привлечения клиентов, проводится акция «купи  $b$  заготовок, тогда еще одну получишь бесплатно».

Требуется изготовить  $c$  деталей. Нужно определить минимальное число заготовок, которые нужно купить за деньги, чтобы с учетом бонусных заготовок и экономии на стружках можно было изготовить требуемое число деталей.

Формат входных данных:

В одной строке через пробел заданы три целых числа  $a$ ,  $b$ , и  $c$ , такие, что  $2 < a < 10^{18}$ ,  $1 < b$ ,  $c < 10^{18}$ .

Формат выходных данных:

Вывести одно целое число — минимальное количество заготовок, которые нужно купить, чтобы с учетом всех бонусов и экономии выточить  $c$  конечных деталей.

## Задача 9

В школе проходит олимпиада по информатике, в которой участвуют  $n$  школьников. Каждый школьник получил уникальный рейтинг от 1 до  $n$ , где 1 — самый высокий рейтинг, а  $n$  — самый низкий. Организаторы олимпиады решили разделить школьников на  $k$  групп, чтобы провести соревнования в несколько этапов. Каждая группа должна состоять из одного или нескольких подряд идущих школьников. Каждый школьник должен участвовать ровно в одном этапе. Для каждой группы определим рейтинг этапа, равный рейтингу самого слабого школьника в этой группе. Иначе говоря, если в  $j$ -й группе участвуют школьники с  $l_j$  по  $r_j$ , то рейтинг этого этапа  $b_j$  равен максимальному значению среди рейтингов школьников в этой группе. Чтобы соревнования были интересными, необходимо минимизировать рейтинги этапов в лексикографическом порядке. Среди всех возможных способов разбить школьников на  $k$  групп необходимо выбрать тот, в котором рейтинг первого этапа  $b_1$  минимален. Среди этих способов в свою очередь необходимо минимизировать рейтинг второго этапа  $b_2$ , и так далее. Вам необходимо ответить на  $q$  запросов, каждый из которых задаётся двумя числами:  $k$  и  $i$ . В качестве ответа на запрос необходимо вывести значение  $b_i$  — рейтинг  $i$ -го этапа для оптимального способа разделить школьников на  $k$  групп.

Формат входных данных

В первой строке входных данных содержится два целых числа  $n$  и  $q$  ( $1 < n, q < 300$ ) — количество школьников и количество запросов соответственно. Во второй строке входных данных содержатся  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 < a_i < n$ ) — рейтинги школьников. Гарантируется, что массив  $a$  является перестановкой целых чисел от 1 до  $n$ . Следующие  $q$  строк содержат по два целых числа  $k$  и  $i$  ( $1 < i < k < n$ ) — параметры очередного запроса.

Формат выходных данных

В  $q$  строках выведите ответ на каждый запрос, в том порядке, в котором они даны во входных данных.

Пример: Входные данные:

```
7 4
6 4 2 3 1 7 5
7 4
1 1
4 2
5 3
```

Выходные данные:

```
3
7
1
3
```

## Задача 10

Компания занимается перевозкой груза в контейнере, который имеет форму прямоугольного параллелепипеда размерами  $L \times W \times H$  метров. Груз также представлен в форме небольших кубов объемом  $V$  кубометров каждый. Компания планирует отправить груз несколькими рейсами и хочет заранее рассчитать оптимальное количество рейсов, чтобы доставить весь объем груза, соблюдая максимальную вместимость каждого рейса.

При планировании компании важно учитывать следующие ограничения:

- Контейнер загружается максимально плотно, и его пространство используется оптимально.
- Один контейнер вмещает столько кубов, сколько поместится в объеме  $L \times W \times H$ .
- Весь груз нужно перевезти за минимальное количество рейсов.

Необходимо написать программу, которая рассчитывает минимальное количество рейсов для перевозки всего объема груза.

Входные данные:

- Длина контейнера  $L$
- Ширина контейнера  $W$
- Высота контейнера  $H$
- Объем одного куба груза  $V$
- Общий объем груза  $T$  (количество кубов груза)

Выходные данные:

Минимальное количество рейсов, необходимых для доставки всего груза.

Пример 1

Ввод:

$$L = 5$$

$$W = 4$$

$$H = 3$$

$$V = 1$$

$$T = 60$$

Вывод:

4

Контейнер объемом  $5 \times 4 \times 3 = 60$  м<sup>3</sup> позволяет разместить 60 единиц груза за один рейс, но груз объемом 60 требует ровно четыре рейса.

Пример 2

Ввод:

$$L = 3$$

$$W = 3$$

$$H = 3$$

$$V = 1$$

$$T = 30$$

Вывод:

1

Объяснение: Всего контейнер помещает 27 кубов ( $3 \times 3 \times 3$ ), но нам нужно переправить всего 30 кубов, поэтому потребуется 1 рейс, так как остаточный объем легко разместится в другом рейсе.