МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«БРЯНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА И.Г. ПЕТРОВСКОГО»
(БГУ)

Кафедра математического анализа,
алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ
И.о. заведующего кафедрой
_________________(Сорокина М.М.)
«15» ноября 2023 г.

ПРОГРАММА

вступительного экзамена в магистратуру
по направлению подготовки 01.04.01 Математика
направленность (профиль)
«Комплексный анализ и алгебра»

Программа вступительного экзамена для поступающих в магистратуру по направлению 01.04.01 Математика, направленность (профиль) – Комплексный анализ и алгебра / составители: доцент Н.М. Махина, профессор М.М. Сорокина. Брянск: БГУ, 2023. 12 с.

Программа предназначена для подготовки к сдаче вступительного экзамена и проверки входных знаний по курсу математики, поступающих в магистратуру по направлению 01.04.01 Математика, направленность (профиль) – Комплексный анализ и алгебра.

Программа составлена с учётом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.04.01 Математика (уровень магистратуры), утвержденного приказом Минобрнауки России от 10.01.2018 г., № 12.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании Ученого совета физико-математического факультета 15 ноября 2023 года, протокол № 4.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цель вступительного экзамена заключается в определении уровня профессиональной компетентности в сфере математики и готовности абитуриента к обучению в магистратуре, предполагающей расширенное поле научно-исследовательской и педагогической деятельности в сфере математического образования.

Целью проведения вступительного экзамена является установление уровня подготовки поступающего в магистратуру к учебной и научной работе и соответствия уровня его подготовки требованиям Федерального образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.04.01 Математика (уровень магистратуры).

К освоению программ подготовки в магистратуре допускаются лица, имеющие высшее образование – специалитет или бакалавриат.

Прием на обучение по программам подготовки в магистратуре проводится на принципах равных условий приема для всех поступающих и осуществляется на конкурсной основе. Критерием конкурсного отбора являются результаты вступительного экзамена. В случае получения кандидатами одинаковых баллов на вступительном экзамене, при конкурсном отборе будут учитываться: достижения в научной работе (подтверждаемые документами), другие достижения, награды и поощрения, рекомендации.

Вступительный экзамен по математике отражает качество полученных ранее абитуриентом знаний. Кандидат, претендующий на поступление в магистратуру, должен получить оценку не ниже 50 баллов.

При проведении вступительного экзамена по направлению подготовки 01.04.01 Математика (уровень магистратуры) в устной форме устанавливаются следующие критерии оценки знаний:

50 – 75 балла: поверхностные представления об основных положениях программного материала по математике, сущности и взаимосвязи рассматриваемых понятий и утверждений, средний уровень знаний основных положений профессиональных дисциплин.

76 – 85 балла: неполные представления об основных положениях программного материала по математике, сущности и взаимосвязи рассматриваемых понятий и утверждений, знание основных положений профессиональных дисциплин.

86 – 95 балла: хорошее знание рассматриваемого вопроса, но с некоторыми неточностями; знание основных и дополнительных источников, ответ на все вопросы билета, частичный ответ на поставленные дополнительные вопросы.

96 – 100 баллов: отличное знание рассматриваемого вопроса, с незначительными неточностями; глубокое знание основных и дополнительных источников, наличие частных выводов по вопросам; ответ на все вопросы в соответствии с требованиями.

СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ

1 РАЗДЕЛ. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. ПРЕДЕЛ ЧИСЛОВОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРЕДЕЛА, СВОЙСТВА, ВЫРАЖАЕМЫЕ НЕРАВЕНСТВАМИ. ТЕОРЕМА О ПРЕДЕЛЕ МОНОТОННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ. ТЕОРЕМА О СЖАТОЙ ПЕРЕМЕННОЙ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА *e*.

Основные вопросы

Определение числовой последовательности. Ограниченная, неограниченная, стационарная, монотонная последовательности.

Предел числовой последовательности. Сходящаяся, расходящаяся, бесконечно малая, бесконечно большая последовательности. Необходимое условие сходимости последовательности (ограниченность сходящейся последовательности). Теорема о единственности предела.

Предел суммы, разности, произведения, частного сходящихся последовательностей. Предельный переход в неравенствах, теорема о сжатой переменной.

Теорема о пределе монотонной последовательности (существование предела монотонной и ограниченной последовательности). Определение числа *e*.

[1], гл. 3, §§ 1-3.
[3], гл. 1, § 4, пп. 1-5, 8, 9.
[5], гл. 3, § 1, пп. 27-31, § 2, пп. 36, 38-41, § 3, п. 44, § 4, п. 48.

2. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ В ТОЧКЕ. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ДВУХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ. ОДНОСТОРОННИЕ ПРЕДЕЛЫ. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРЕДЕЛОВ ФУНКЦИЙ. СВОЙСТВА ПРЕДЕЛОВ, ВЫРАЖАЕМЫЕ НЕРАВЕНСТВАМИ. ТЕОРЕМА О ПРЕДЕЛЕ МОНОТОННОЙ ФУНКЦИИ. ПЕРВЫЙ И ВТОРОЙ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДЕЛЫ.

Основные вопросы

Определение предела функции в точке по Коши и по Гейне и их эквивалентность. Односторонние пределы.

Предел суммы, разности, произведения, частного функций. Предельный переход в неравенствах. Теорема о существовании конечного или бесконечного предела монотонной функции.

Первый и второй замечательные пределы.

[1], гл. 4, §§ 2, 6; гл. 8, § 1.
[3], гл. 1, § 5, пп. 4, 7, 9, 10, 14, § 8, п. 1.
[5], гл. 3, § 1, пп. 32-35, § 2, пп. 42, 43, § 3, п. 47, § 4, п. 50.

3. НЕПРЕРЫВНЫЕ ФУНКЦИИ. ОДНОСТОРОННЯЯ НЕПРЕРЫВНОСТЬ. ТОЧКИ РАЗРЫВА И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ. ТЕОРЕМА О НЕПРЕРЫВНОСТИ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ. ТЕОРЕМА О СУЩЕСТВОВАНИИ И НЕПРЕРЫВНОСТИ ОБРАТНОЙ ФУНКЦИИ. НЕПРЕРЫВНОСТЬ ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ.

Основные вопросы

Определение функции, непрерывной в точке. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация.

Теорема о непрерывности в точке сложной функции.

Теорема о существовании и непрерывности обратной функции. Непрерывность основных элементарных функций (a^x, x^α, $\log_a x$, $\sin x$, $\cos x$, $\mathrm{tg}\, x$, $\mathrm{ctg}\, x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\mathrm{arctg}\, x$, $\mathrm{arcctg}\, x$).

Определение элементарной функции и теорема об ее непрерывности.

[1], гл. 4, §§ 3, 4, 5.
[3], гл. 1, § 5, пп. 3, 5, 9, 10, 12, 13, 16, § 6, п. 3, § 7, пп. 2, 3.
[5], гл. 4, § 1, пп. 60, 63, 64, 67, § 2, п. 71.

4. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ. СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ, НЕПРЕРЫВНЫХ НА ОТРЕЗКЕ: ОГРАНИЧЕННОСТЬ, СУЩЕСТВОВАНИЕ НАИМЕНЬШЕГО И НАИБОЛЬШЕГО ЗНАЧЕНИЙ, ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОЙ ФУНКЦИИ.

Основные вопросы

Непрерывность функции на множестве. Непрерывность суммы, произве-дения, частного непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке:

- ограниченность (1-я теорема Вейерштрасса);
- существование наименьшего и наибольшего значений (2-я теорема Вейерштрасса);
- теорема о нулях непрерывной на отрезке функции, принимающей на концах этого отрезка значения разных знаков (1-я теорема Больцано-Коши);
- теорема о промежуточных значениях непрерывной на отрезке функции (2-я теорема Больцано-Коши).

[1], гл. 8, §§ 4-6, 8.
[3], гл. 1, §5, пп. 10, § 6, пп. 1, 2.
[5], гл. 4, § 2, пп. 62, 68, 70, 72, 73.

5. ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ, ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ И МЕХАНИЧЕСКИЙ СМЫСЛ. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРОИЗВОДНОЙ, ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ И ОБРАТНОЙ ФУНКЦИИ. ПРОИЗВОДНЫЕ ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ.

Основные вопросы

Производная функции в точке, ее геометрический и механический смысл.

Правила дифференцирования: производная суммы, произведения, частного функций, производная сложной и обратной функции.

Производные основных элементарных функций: a^x, x^α, $\log_a x$, $\sin x$, $\cos x$, $\mathrm{tg}\, x$, $\mathrm{ctg}\, x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\mathrm{arctg}\, x$, $\mathrm{arcctg}\, x$.

[1], гл. 5, §§ 1, 3-8.
[3], гл. 1, § 9, пп. 1, 3-7.
[5], гл. 5, § 1, пп. 76-84.

6. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ.

Основные вопросы

Теорема Ролля (о нулях производной), ее геометрический смысл. Теорема Ферма. Теорема о приращении функции (теорема Лагранжа). Геометрический смысл теоремы Лагранжа. Теорема Коши (формулировка).

[1], гл. 8, §§ 7, 9, 11-13.
[3], гл. 1, §§ 11, 12.
[5], гл. 6, § 1, пп. 100-102, 104, гл. 7, § 3.

7. ПЕРВООБРАЗНАЯ. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ, ЕГО ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ПОДСТАНОВКОЙ И ПО ЧАСТЯМ

Основные вопросы

Определение первообразной. Теоремы о множестве и общем виде первообразных. Определение неопределенного интеграла. Основные свойства: линейность, интеграл от дифференциала функции, дифференциал (производная) от интеграла.

Основные методы интегрирования: замена переменной (метод подстановки) и интегрирование по частям.

[1], гл. 6, §§ 1, 2.
[3], гл. 3, § 22, пп. 1-5.
[5], гл. 10, § 1, пп. 155, 157-163.

8. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ. КРИТЕРИЙ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ. ИНТЕГРИРУЕМОСТЬ НЕПРЕРЫВНОЙ И МОНОТОННОЙ ФУНКЦИИ.

Основные вопросы

Определение интегральной суммы и определенного интеграла Римана.

Ограниченность интегрируемой функции (необходимое условие интегрируемости).

Основные свойства определенного интеграла: линейность, аддитивность, интегрирование неравенств, теорема о среднем.

Верхние и нижние суммы Дарбу. Критерий интегрируемости.

Равномерная непрерывность функции на отрезке. Теорема Кантора. Теорема об интегрируемости непрерывной функции.

Теорема об интегрируемости монотонной функции.

[1], гл. 10, §§ 1-3, § 4, п. 3, § 5.
[3], гл. 3, § 27, пп. 1, 3-6, § 28, пп. 1, 2.
[5], гл. 4, § 2, пп. 74, 75; гл. 11, § 1, § 2, пп. 180-182.

9. СУЩЕСТВОВАНИЕ ПЕРВООБРАЗНОЙ ДЛЯ НЕПРЕРЫВНОЙ ФУНКЦИИ. ФОРМУЛА НЬЮТОНА-ЛЕЙБНИЦА. ЗАМЕНА ПЕРЕМЕННОЙ И ИНТЕГРИРОВАНИЕ ПО ЧАСТЯМ В ОПРЕДЕЛЕННОМ ИНТЕГРАЛЕ.

Основные вопросы

Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о существовании первообразной для непрерывной функции.

Вычисление определенного интеграла: формула Ньютона-Лейбница.

Замена переменной (метод подстановки) и интегрирование по частям в определенном интеграле.

[1], гл. 10, § 7.
[3], гл. 3, § 29, пп. 1-3, § 30, пп. 1, 2.
[5], гл. 11, § 2, п. 183, § 3, пп. 185-187.

10. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И РЯДЫ.РАВНОМЕРНАЯ СХОДИМОСТЬ. ПРИЗНАК ВЕЙЕРШТРАССА.

Основные вопросы

Определение функциональной последовательности и функционального ряда. Область определения функциональной последовательности и ряда. Область сходимости.

Определение равномерной сходимости последовательности и ряда. Геометрический смысл.

Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности и ряда.

Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда.

[1], гл. 1, § 1, пп. 1-6.
[4], гл. 4, § 36, пп. 1-3.
[6], гл. 16, § 1.
[8], гл. 21, §§ 1.
[9], гл. 3, § 10, § 11, пп. 1-5.

11. СВОЙСТВА РАВНОМЕРНО СХОДЯЩИХСЯ РЯДОВ.

Основные вопросы

Теорема о непрерывности суммы равномерно сходящегося ряда непрерывных функций. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.

[2], гл. 1, § 2, пп. 1, 2.
[4], гл. 4, § 36, п. 4.
[6], гл. 16, § 2, с. 266, 268-270.
[8], гл. 21, § 2.
[9], гл. 3, § 12.

12. СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ. ТЕОРЕМА АБЕЛЯ. ИНТЕРВАЛ И РАДИУС СХОДИМОСТИ. СВОЙСТВА СТЕПЕННЫХ РЯДОВ ВНУТРИ ИНТЕРВАЛА СХОДИМОСТИ.

Основные вопросы

Определение степенного ряда. Теорема Абеля. Определение радиуса сходимости степенного ряда. Область сходимости степенного ряда. Формулы Даламбера и Коши для нахождения радиуса сходимости степенного ряда.

Теорема о равномерной сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.

[2], гл. 1, § 4, пп. 1, 2.
[4], гл. 4, § 37, пп. 1, 4.
[6], гл. 6, § 3, п. 272- 276.
[8], гл. 31, § 3.
[9], гл. 4, §§ 14, 15.

13. РЯД ТЕЙЛОРА. ТЕОРЕМА О РАЗЛОЖЕНИИ ФУНКЦИИ В РЯД ТЕЙЛОРА. РАЗЛОЖЕНИЕ В СТЕПЕННОЙ РЯД ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ.

Основные вопросы

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа (без вывода).

Определение ряда Тейлора. Необходимое и достаточное условие разложения функции в ряд Тейлора. Достаточное условие. Разложение в ряд Тейлора функций e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$.

[2], гл. 1, § 5, пп. 1, 2.
[4], гл. 4, § 37, пп. 5-7.
[6], гл. 15, § 6, пп. 252, 253.
[8], гл. 22, §§ 1, 3-5.
[9], гл. 1, § 4, § 5, пп. 1, 2, 4-6.

14. ДЕЙСТВИТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ *n* ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ. ПРЕДЕЛ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ. ЧАСТНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ. ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ. УСЛОВИЯ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТИ.

Основные вопросы

Определение предела и непрерывности функции n действительных переменных как функции на метрическом пространстве R^n. Единственность предела, арифметические свойства предела функции и непрерывных функций.

Определение частных производных, дифференцируемости и дифференциала. Необходимыеусловия дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости.

[1], гл. 14, § 2, п. 3, § 3, § 4, пп. 1-3.
[3], гл. 2, § 19, пп. 1-3, § 20, пп. 1, 2, 5.
[5], гл. 8, § 1, п. 129, § 2, п. 132; гл. 9, § 1, пп. 138, 139, 142.

15. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА. УРАВНЕНИЯ С РАЗДЕЛЯЮЩИМИСЯ ПЕРЕМЕННЫМИ, ОДНОРОДНЫЕ И ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ.

Основные вопросы

Определение дифференциального уравнения первого порядка и его решения. Задача Коши. Общее и частное решения.

Геометрический смысл дифференциального уравнения.

Уравнения с разделяющимися переменными. Формула общего решения. План решения уравнения с разделяющимися переменными.

Однородные уравнения и способ их решения.

Определение линейного уравнения первого порядка. Алгоритм решения линейного уравнения первого порядка.

[7], гл. 1, §§ 1-3, гл. 2, §§ 1-6.
[8], гл. 1.

16. ЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА.

Основные вопросы

Определение фундаментальной системы решений. Характеристическое уравнение, фундаментальная система решений и общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Общее решение неоднородного уравнения. Нахождение частного решения методом неопределенных коэффициентов.

[6], гл. 3, §§ 1-3.
[7], гл. 2, пп. 12-18.

17. ФУНКЦИЯ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО. НЕПРЕРЫВНОСТЬ И ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ. УСЛОВИЯ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТИ. ПОНЯТИЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.

Основные вопросы

Определение функции комплексного переменного и ее геометрический смысл. Действительная и мнимая части функции комплексного переменного. Предел функции комплексного переменного в точке и его свойства.

Непрерывность и свойства непрерывных функций комплексного переменного.

Производная функции комплексного переменного. Связь дифференцируемости и непрерывности. Условие дифференцируемости Коши-Римана. Определение аналитической функции.

Определение функций $\exp z$, $\cos z$, $\sin z$, $Ln z$, z^n и их основные свойства (перечислить). Формулы Эйлера.

[9], гл. 1, § 2, пп. 1-4, § 3, пп. 1, 2.

18. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО.

Основные вопросы

Понятие интеграла по кусочно-гладкой кривой от функции комплексного переменного, его вычисление и основные свойства: линейность, аддитивность, зависимость от направления интегрирования. Интегральная теорема Коши. Первообразная функции комплексного переменного. Интегральная формула Коши.

[6], гл. 2, § 3, пп. 1-3, 5, гл. 4, § 1, пп. 1, 2, § 2, пп. 1-5, § 3, пп. 1, гл. 5, § 2, пп. 1-3.

19. СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ. РЯД ТЕЙЛОРА. РЯД ЛОРАНА.

Основные вопросы

Степенной ряд, его радиус сходимости. Ряд Тейлора. Разложение аналитической функции в степенной ряд. Ряд Лорана, его область сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки. Изолированные особые точки и их классификация.

[9], гл. 5, § 2, пп. 1-3, гл. 6, §§ 1, 2.

20. ВЫЧЕТЫ

Основные вопросы

Понятие вычета относительно изолированной особой точки. Основная теорема о вычетах. Методы вычисления вычетов. Применение вычетов к вычислению интегралов (контурных, определенных, несобственных). Примеры.

[9], гл. 6, §§ 1, 2, гл. 7, § 1, пп. 1-3, § 2, пп. 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч.1. – Физматлит, 2009.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч.2. – Физматлит, 2009.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.1. – Юрайт, 2015.
4. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.2. – Юрайт, 2015.
5. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т.1. – Лань, 2005.
6. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т.2. – Лань, 2005.
7. Матросов В.Л., Асланов Р.М., Топунов М.В. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными: учебник.Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС, 2011. Электронный ресурс. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=116579
8. Медведев К.В., Шалдырван В.А. Дифференциальные уравнения. Вузовская книга, 2008 Электронный ресурс. Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=129685
9. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. – Ленанд, 2015.

2 РАЗДЕЛ. АЛГЕБРА, ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ И ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ

1. БИНАРНЫЕ ОТНОШЕНИЯ, ОТНОШЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ И РАЗБИЕНИЕ МНОЖЕСТВА НА КЛАССЫ, ФАКТОР-МНОЖЕСТВО.

Основные вопросы

Декартово (прямое) произведение множеств. Бинарные отношения, их свойства – рефлексивность, симметричность, транзитивность, антисимметричность, связность. Примеры. Отношение эквивалентности. Разбиение множества на непересекающиеся классы. Критерий отношения эквивалентности. Фактор-множество, естественное отображение. Примеры из алгебры и теории чисел, геометрии, математического анализа, школьного курса математики.

[1], гл. 1, § 2.	[5], гл. 2. § 2,4.
[13], § 1.	[6], гл. 1. § 6.

2. ГРУППА. ПРИМЕРЫ ГРУПП. ПРОСТЕЙШИЕ СВОЙСТВА ГРУПП. ПОДГРУППА. КРИТЕРИЙ ПОДГРУППЫ. ГОМОМОРФИЗМЫ И ИЗОМОРФИЗМЫ ГРУПП.

Основные вопросы

Определение бинарной операции. Аддитивная и мультипликативная форма записи операции. Свойства бинарной операции – ассоциативность, коммутативность, существование нейтрального (единичного, нулевого) и симметричного (противоположного, обратного) элементов. Определение группы. Примеры групп (числовых и нечисловых, конечных и бесконечных, абелевых и неабелевых). Простейшие свойства групп – обобщенный закон ассоциативности; единственность нейтрального, симметричного элементов. Гомоморфизм групп. Изоморфизм групп.

[2], гл.1, § 1-5.	[13], § 2.
[6], гл.4, § 1,2.	[5], гл. 3 § 1,3; гл. 10, § 1.

3. КОЛЬЦО. ПРИМЕРЫ КОЛЕЦ. ПРОСТЕЙШИЕ СВОЙСТВА КОЛЕЦ. ПОДКОЛЬЦО. КРИТЕРИЙ ПОДКОЛЬЦА. ИЗОМОРФИЗМ КОЛЕЦ.

Основные вопросы

Определение кольца. Примеры колец. Простейшие свойства кольца (единственность нулевого и противоположного элементов, выполнимость вычитания).Аддитивная группа кольца. Определение и критерий подкольца. Определение гомоморфизма и изоморфизма колец, их простейшие свойства.

[2], гл. 1, § 6.	[5], гл. 3, § 12, 4.
[3], гл. 2, § 1, 2, 3.	[13], § 3.
[6], гл. 4, § 3.	

4. АКСИОМАТИЧЕСКОЕ ПОСТРОЕНИЕ СИСТЕМЫ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ. ПРИНЦИП МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ.

Основные вопросы

Определение системы натуральных чисел на основании аксиом Пеано. Операции сложения и умножения на множестве натуральных чисел, их свойства. Сравнение натуральных чисел по величине. Принцип математической индукции.

[1], гл. 1, § 6.	[7], гл. 2, § 1-6.
[6], гл. 1, § 7.	[13], § 4.
[5], гл. 4, § 1-3.	

5. ПОЛЕ. ПРИМЕРЫ ПОЛЕЙ. ПРОСТЕЙШИЕ СВОЙСТВА ПОЛЯ. ПОДПОЛЕ. КРИТЕРИЙ ПОДПОЛЯ. ИЗОМОРФИЗМ ПОЛЕЙ.

Основные вопросы

Определение поля. Примеры полей (бесконечных и конечных). Простейшие свойства поля.
Характеристика поля. Подполе – определение и критерий. Определение изоморфизма полей, примеры.

[2], гл. 1, § 6, 7.	[6], гл. 4, § 3.
[5], гл. 4, § 5.	[13], § 7.

6. ПОЛЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ. ОПЕРАЦИИ НАД КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ В АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ФОРМЕ.

Основные вопросы
Необходимость расширения поля действительных чисел. Построение поля C комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Операции сложения, умножения и деления комплексных чисел в алгебраической форме. Сопряженные комплексные числа, их свойства. Геометрическая интерпретация комплексных чисел и операции над ними.

[2], гл. 1, § 7.
[5], гл. 4, § 7.
[6], гл. 5, § 1.
[7], гл.6, § 1-3.
[13], § 8.

7. ВЕКТОРНОЕ ПРОСТРАНСТВО. ПРИМЕРЫ И ПРОСТЕЙШИЕ СВОЙСТВА ВЕКТОРНЫХ ПРОСТРАНСТВ. ПОДПРОСТРАНСТВО. КРИТЕРИЙ ПОДПРОСТРАНСТВА. ЛИНЕЙНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ И НЕЗАВИСИМОСТЬ СИСТЕМЫ ВЕКТОРОВ. БАЗИС И РАНГ КОНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ ВЕКТОРОВ.

Основные вопросы
Определение векторного пространства над полем. Примеры. Арифметическое векторное пространство. Простейшие свойства векторных пространств. Определение и свойства линейно зависимой и линейно независимой системы векторов. Базис и ранг конечной системы векторов, их нахождение. Определение подпространства. Критерий подпространства.

[2], гл. 2, § 1, 2.
[5], гл. 7, § 1.
[8], гл. 8, § 44.
[13], § 10.

8. БАЗИС И РАЗМЕРНОСТЬ КОНЕЧНОМЕРНОГО ВЕКТОРНОГО ПРОСТРАНСТВА. КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА. ИЗМЕНЕНИЕ КООРДИНАТ ПРИ ПЕРЕХОДЕ ОТ ОДНОГО БАЗИСА К ДРУГОМУ.

Основные вопросы
Определение базиса пространства, примеры конечномерных векторных пространств. Размерность. Координаты вектора в данном базисе, их единственность. Матрица перехода от одного базиса к другому. Формула, связывающая координаты одного и того же вектора в разных базисах.

[2], гл. 2, § 1-3.
[5], гл. 7, § 3.
[8], гл. 8, § 45-47.
[13], § 11.

9. СИСТЕМА ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ. РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ИСКЛЮЧЕНИЯ НЕИЗВЕСТНЫХ (МЕТОД ГАУССА). КРИТЕРИЙ СОВМЕСТНОСТИ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ (КРИТЕРИЙ КРОНЕКЕРА-КАПЕЛЛИ). ФОРМУЛЫ КРАМЕРА.

Основные вопросы
Определение решения системы линейных уравнений. Понятия совместной, несовместной, определенной, неопределенной, однородной, неоднородной системы линейных уравнений. Следствие системы уравнений. Равносильные системы уравнений и элементарные преобразования над уравнениями системы. Строчечный и столбцовый ранг матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Решение системы методом последовательного исключения переменных – методом Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений. Запись и решение системы n линейных уравнений с n переменными методом Крамера.

[8], гл. 6, § 34, 36.
[13], § 12.
[5], гл. 5, § 2, 3.

10. МНОГОЧЛЕНЫ ОТ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ НАД ПОЛЕМ. ТЕОРЕМА О ДЕЛЕНИИ С ОСТАТКОМ ДЛЯ МНОГОЧЛЕНОВ. НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ ДВУХ МНОГОЧЛЕНОВ И АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА. ДЕЛЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА ДВУЧЛЕН (x-a). СХЕМА ГОРНЕРА. КОРНИ МНОГОЧЛЕНА. ТЕОРЕМА БЕЗУ.

Основные вопросы
Многочлены от одной переменной над полем. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.

Сумма и произведение многочленов. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель двух многочленов, алгоритм Евклида. Наименьшее общее кратное двух многочленов, его нахождение. Деление многочлена на двучлен (x-a), схема Горнера. Корни многочлена – определение, критерий, примеры. Наибольшее возможное число корней многочлена. Теорема Безу.

[4], гл. 1, § 1, 2.
[5], гл. 14, § 1, 2.
[6], гл. 5, § 2, 3.
[8], гл. 2, § 7, 8, 9.
[13], § 15.

11. НЕПРИВОДИМЫЕ И ПРИВОДИМЫЕ МНОГОЧЛЕНЫ НАД ПОЛЕМ. РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА В ПРОИЗВЕДЕНИЕ НЕПРИВОДИМЫХ МНОЖИТЕЛЕЙ И ЕГО ЕДИНСТВЕННОСТЬ.

Основные вопросы
Неприводимые над полем многочлены. Разложение многочлена над полем в произведение неприводимых множителей и его единственность.

[4], гл. 1, § 1, 2.
[5], гл. 14, § 1, 2.
[6], гл. 5, § 2, 3.
[8], гл. 2, § 7, 8, 9.
[13], § 15.

12. ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА АЛГЕБРЫ И СЛЕДСТВИЯ ИЗ НЕЕ. НЕПРИВОДИМЫЕ НАД ПОЛЕМ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ МНОГОЧЛЕНЫ. ФОРМУЛЫ ВИЕТА.

Основные вопросы
Основная теорема алгебры. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Разложение многочлена над C в произведение неприводимых множителей. Количество комплексных корней многочлена n-ой степени над C. Формулы Виета.

[4], гл. 4, § 2.
[5], гл. 16, § 1.
[8], гл. 2, §12; гл. 3, § 13.
[6], гл. 6, § 1.
[13], § 17.

13. ПРОСТЫЕ ЧИСЛА. БЕСКОНЕЧНОСТЬ МНОЖЕСТВА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ. ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА АРИФМЕТИКИ. КАНОНИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ.

Основные вопросы
Определение простого и составного натурального числа. Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел. Решето Эратосфена. Основная теорема арифметики о разложении натурального числа на простые множители и его единственность. Каноническое представление натурального числа.

[3], гл. 1, § 5.
[5], гл. 11, § 1.
[13], § 5.

14. ОТНОШЕНИЕ СРАВНИМОСТИ ПО МОДУЛЮ В КОЛЬЦЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ. ПОЛНАЯ И ПРИВЕДЕННАЯ СИСТЕМЫ ВЫЧЕТОВ. ФУНКЦИЯ ЭЙЛЕРА И ЕЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ. ТЕОРЕМЫ ЭЙЛЕРА И ФЕРМА.

Основные вопросы
Сравнения по модулю в кольце целых чисел, их свойства. Классы вычетов по данному модулю. Полная система вычетов, ее свойства, примеры. Приведенная система вычетов, ее свойства, примеры. Функция Эйлера, ее вычисление, примеры. Теоремы Эйлера и Ферма, их применение.

[3], гл. 3, § 1-5.
[5], гл. 12, § 1-3.
[13], § 13.

15. АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЕ В АРИФМЕТИКЕ ПРИ РАЗЛОЖЕНИИ РАЦИОНАЛЬНОГО ЧИСЛА В КОНЕЧНУЮ ЦЕПНУЮ ДРОБЬ И ПРИ ОТЫСКАНИИ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОГО (ДИОФАНТОВА) УРАВНЕНИЯ ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ.

Основные вопросы
Представление рациональных чисел конечными цепными дробями. Подходящие дроби и их свойства. Отыскание целочисленных решений неопределенного (диофантова) уравнения первой степени с помощью цепных дробей и свойств их подходящих дробей.

[3], гл. 1, § 9, гл. 3 § 6, п. 2.
[15], гл. 1, § 4.

16. АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ.

Основные вопросы
Определение кольца рациональных чисел. Поле рациональных чисел как расширение кольца целых чисел. Построение поля рациональных чисел. Основные свойства системы рациональных чисел. Представление любого рационального числа в виде частного двух чисел. Единственность системы рациональных чисел.

[7], гл. 4, § 1-3.

17. ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВЫЕ ФУНКЦИИ: ЧИСЛО И СУММА ВСЕХ НАТУРАЛЬНЫХ ДЕЛИТЕЛЕЙ ДАННОГО НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА.

Основные вопросы
Каноническое разложение натурального числа. Числовые функции для вычисления числа и суммы всех натуральных делителей данного натурального числа и их аналитическое задание (в виде формул). Мультипликативность этих функций.

[3], гл. 1, § 6, п. 1, п. 2.
[15], гл. 2, § 2.

18. АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ.

Основные вопросы
Определение кольца целых чисел. Кольцо целых чисел как расширение полукольца натуральных чисел. Построение кольца целых чисел. Основные свойства системы целых чисел. Представление любого целого числа в виде разности двух натуральных чисел. Единственность системы целых чисел.

[7], гл. 3, § 1-3.

ЛИТЕРАТУРА

1. Варпаховский Ф.Л., Солодовников А.С. Алгебра. Элементы теории множеств. Линейные уравнения и неравенства. Арифметические векторы. Матрицы и определители. – М.: Просвещение, 1981.
2. Варпаховский Ф.Л., Солодовников А.С., Стеллецкий И.В. Алгебра. Группы, кольца, поля. Векторные и евклидовы пространства. Линейные отображения. – М.: Просвещение, 1981.
3. Виленкин Н.Я. и др. Алгебра и теория чисел. – М.: Просвещение, 1984.
4. Винберг Э.Б. Курс алгебры. – М.: МЦНМО, 2013.
5. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. – М.: Оникс, 2012.
6. Кострикин А.И. Введение в алгебру. В 3-х частях. Часть 1: Основы алгебры. – М.: МЦНМО, 2018.
7. Ларин С.В. Числовые системы. – М: Академия, 2001.
8. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. – СПб.: Лань, 2021.
9. Варпаховский Ф.Л., Солодовников А.С. Задачник-практикум по алгебре. Ч.1. – М.: Просвещение, 1982.
10. Лельчук М.П. и др. Практические занятия по алгебре и теории чисел. – Минск: Вышэйшая школа, 1986.
11. Кочева А.А. Задачник-практикум по алгебре. Ч.3. – М.: Просвещение, 1984.
12. Нечаев В.А. Задачник-практикум по алгебре. Ч.2. – М.: Просвещение, 1983.
13. Путилов С.В. Алгебра. – Брянск, 2003.
14. Кострикин А.И. Введение в алгебру. В 3-х частях. Часть 2: Линейная алгебра. – М.: МЦНМО, 2018.
15. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – СПб.: Лань, 2023.
16. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.: Лань, 2019.
17. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре. – СПб.: Лань, 2018.
18. Кострикин А.И. Сборник задач по алгебре. – М.: МЦНМО, 2009.
19. Путилов С.В. Числовые системы. – Брянск, Курсив, 2011.