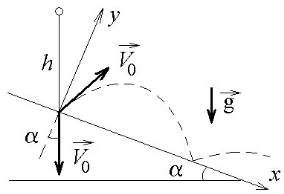
Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского
XI Брянская корпоративная региональная олимпиада учащейся молодежи

ФИЗИКА
Заочный тур
2018 - 2019 г.

10 КЛАСС

1. На наклонную плоскость длиной 32 м с углом наклона 30° с высоты 0,5 м падает шарик и абсолютно упруго отражается от нее. Сколько раз шарик ударится о наклонную плоскость?

Решение:



Удар абсолютно упругий, наклонная плоскость неподвижна, следовательно, при падении с высоты h скорость с которой шарик падает на плоскость и отскакивает от нее равны. Выберем оси координат вдоль наклонной плоскости и по нормали к ней. Тогда по оси x движение будет ускоренное с ускорением $a_x = g\sin\alpha$ и начальной скоростью $V_{0x} = V_0 \sin\alpha$. Уравнение движения имеет вид:

$$x = V_0 t \sin\alpha + \frac{gt^2 \sin\alpha}{2}$$

По оси y движение равнопеременное с ускорением $a_y = -g\cos\alpha$ и начальной скоростью $V_{0y} = V_0 \cos\alpha$. Уравнение движения имеет вид:

$$y = V_0 t \cos\alpha - \frac{gt^2 \cos\alpha}{2}$$

Из этого уравнения получим время t_1 до первого падения на плоскость:

$$y = 0, \quad t_1 = \frac{2V_0}{g}.$$

Очевидно, что промежуток времени между двумя последовательными ударами шарика остается постоянным, так как уравнение движения шарика вдоль оси y не изменяется. Следовательно, за время nt_1 шарик ударится $N = n + 1$ раз о наклонную плоскость.

Подставим это значение времени в уравнение движения вдоль оси x:

$$x = V_0 n t_1 \sin\alpha + \frac{gn^2 t_1^2 \sin\alpha}{2}.$$

Приравняем x длине наклонной плоскости и решим уравнение относительно n:

$$l = V_0 n t_1 \sin\alpha + \frac{g n^2 t_1^2 \sin\alpha}{2},$$

$$n_{1,2} = \frac{-V_0 t_1 \sin\alpha \pm \sqrt{(V_0 t_1 \sin\alpha)^2 + 2 g l t_1^2 \sin\alpha}}{g t_1^2 \sin\alpha}$$

Взяв положительный корень подставив t_1, $V_0^2 = 2gh$ получим n=5, следовательно N=6.

2. Камень брошен со скоростью 10 м/с под некоторым углом к горизонту. Через 0,5 с скорость камня стала равной 7 м/с. Найти максимальную высоту подъема камня над землей.

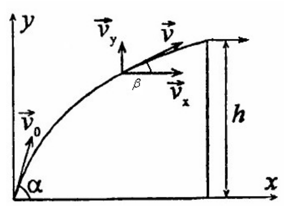
Решение:

Максимальную высоту подъема можно найти по формуле $h = \dfrac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$

Запишем уравнения для проекций скорости на оси координат:

$V\cos\beta = V_0 \cos\alpha$

$V\sin\beta = V_0 \sin\alpha - gt$



Возведем каждое уравнение в квадрат и сложим их:

$V^2 = V_0^2 + g^2 t^2 - 2V_0 g t \sin\alpha$

Отсюда

$$V_0 \sin\alpha = \frac{V_0^2 + g^2 t^2 - V^2}{2gt}$$

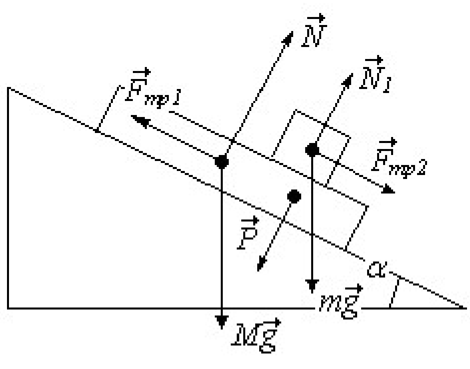
Подставив это в формулу для максимальной высоты подъема, получим

$$h = \frac{\left(V_0^2 + g^2 t^2 - V^2\right)^2}{8 g^3 t^2}, \qquad h=2,89\text{м}$$

3. На гладкой ледяной горке, составляющей угол α с горизонтом, лежит доска. С каким ускорением и в каком направлении должна бежать по доске собака, чтобы доска оставалась неподвижной относительно горки? Масса собаки m, масса доски M, коэффициент трения между доской и лапами собаки μ.

Решение:

Поскольку доска находится в покое, сумма сил, действующих на нее, равна нулю. На доску действует четыре силы: сила тяжести ***Mg***, сила нормальной реакции со стороны склона ***N***, сила нормального давления собаки на доску ***P***, и сила трения со стороны собаки $\boldsymbol{F_{mp1}}$. На собаку действует три силы: сила тяжести ***mg***, сила нормальной реакции со стороны доски $\boldsymbol{N_1 = -P}$, и сила трения со стороны доски $\boldsymbol{F_{mp2} = -F_{mp1}}$.



Запишем уравнения второго закона Ньютона для движения доски и собаки в проекциях:

$-F_{mp1} + Mg\sin\alpha = 0$

$N - P + Mg\cos\alpha = 0$

$ma = mg\sin\alpha + F_{mp2}$

$N_1 + mg\cos\alpha = 0$

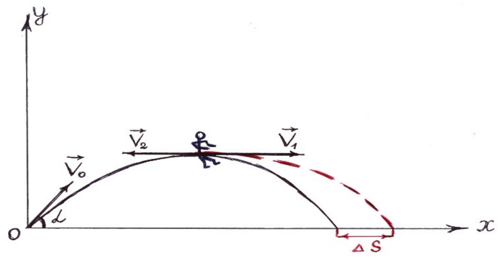
Здесь a – величина ускорения человека. Складывая первое и третье уравнение с учетом $\boldsymbol{F_{mp2} = -F_{mp1}}$, получим:

$$a = g\left(1+\frac{M}{m}\right)\sin\alpha .$$

С таким ускорением собака должна бежать по доске, чтобы она оставалась в покое; заметим, что это ускорение больше, чем ускорение, с которым любое тело соскальзывало бы со склона без трения: собака отталкивается от доски, толкая ее вверх, и поэтому сама приобретает дополнительное ускорение, направленное вниз. Кроме того, отметим, что собака не обязательно должна бежать вниз: важно только, чтобы ее ускорение было направлено вниз; значит, собака может либо ускоренно бежать вниз, либо замедленно – вверх.

4. Акробат массой 50 кг, держа в руке камень массой 5 кг, прыгает под углом 60° к горизонту со скоростью 6 м/с. В наивысшей точке своей траектории он бросает груз горизонтально назад с относительной скоростью 2 м/с. На сколько увеличится дальность прыжка акробата?

Решение:



Дальность прыжка увеличивается вследствие увеличения скорости акробата за счет бросания камня. Выберем направление осей координат, как показано на рисунке. По оси x движение акробата равномерное со скоростью $V_{0x} = V_0\cos\alpha$ и со скоростью V_{1x} после бросания камня. Увеличение дальности прыжка $\Delta S = \left(V_{1x} - V_{0x}\right)t$, где t – время прыжка с момента бросания до падения на землю. На тела действуют внешние силы – силы тяжести, однако проекции сил тяжести на ось x равны нулю. Следовательно, проекция импульса на ось x остается постоянной

$$\left(m_1 + m_2\right)V_{0x} = m_1V_{1x} - m_2V_{2x} .$$

Скорость камня V_{2x} берется относительно неподвижной системы отсчета, в условии задачи дана скорость камня относительно акробата. Заметим, что импульсы всех тел должны рассчитываться относительно одной системы отсчета. Согласно закону сложения скоростей, $V_{2x} = V^{|} - V_{1x}$.

Подставим, получим $V_{1x} = V_{0x} + \dfrac{m_2V^{|}}{m_1 + m_2}$,

откуда $\Delta S = \dfrac{m_2V^{|}}{m_1 + m_2}t$.

Длительность прыжка $t = \dfrac{V_{0y}}{g}$. Окончательно $\Delta S = \dfrac{m_2V^{|}}{m_1 + m_2}\dfrac{V_0\sin\alpha}{g} = 0{,}095\text{м}$.

5. Определить КПД молота, масса которого составляет 0,1 массы наковальни. Удар считать абсолютно неупругим.

Решение:

Запишем закон сохранения импульса для неупругого удара молота о наковальню и найдем их общую скорость после удара

$$m = 0{,}1M$$

$$mV_1 = \left(m + M\right)V,$$

$$V = \frac{mV_1}{m+M} = \frac{V_1}{11}$$

КПД молота будем считать отношение энергии, пошедшей на деформацию детали (потерянной механической энергии), к начальной энергии молота:

$$\eta = \frac{E_M - E_{H+M}}{E_M} = \frac{\frac{mV_1^2}{2} - \frac{(m+M)V^2}{2}}{\frac{mV_1^2}{2}} = 1 - \frac{(m+M)V^2}{mV_1^2} = 0{,}91 = 91\%$$

6. Имеется большая плоская льдина при 0°C. В льдине вырезали лунку объемом 1000 см³. Сверху лунку закрыли теплоизолированной крышкой с небольшим отверстием. В отверстие постепенно вливают воду температурой 100°C. Какую максимальную массу воды можно влить в лунку? Плотность воды 1000 кг/м³, плотность льда 900 кг/м³, удельная теплота плавления льда 334 кДж/кг, удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг К)

Решение:
Сначала вольем кипяток объемом, равным объему лунки. При его охлаждении растает лед. Найдем массу растаявшего льда.

$$Q_{ОХЛ.В} = Q_{ПЛАВЛ}$$

$$cm_1\Delta t = \lambda m_Л$$

$$m_Л = \frac{cm_1\Delta t}{\lambda} = \frac{4200 \cdot 1 \cdot 100}{334000} = 1{,}26\,кг$$

При этом объем отверстия увеличится на величину

$$\Delta V_1 = V_{Л1} - V_В = \frac{m_Л}{\rho_Л} - \frac{m_Л}{\rho_В} = 0{,}14 \cdot 10^{-3}\,м^3$$

Теперь можно в лунку долить еще кипяток такого же объема. Он нагреет имеющуюся воду до температуры t

$$cm_2(100 - t) = c(m_1 + m_Л)\cdot(t - 0)$$

$$m_2 = \rho_В \Delta V_1 = 0{,}14\,кг$$

$$t = 6\ {}^0C$$

При охлаждении всей воды до нуля может расплавиться еще часть льда

$$c(m_1 + m_Л + m_2)t = \lambda m_3$$

$$m_3 = \frac{4200 \cdot 6 \cdot (1 + 1{,}26 + 0{,}14)}{334000} = 0{,}18\,кг$$

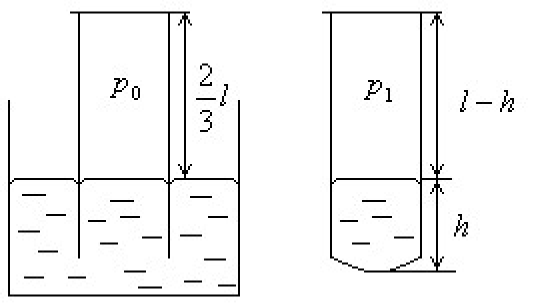
Разность объемов расплавленного льда и получившейся воды

$$\Delta V_2 = \frac{m_3}{\rho_Л} - \frac{m_3}{\rho_В} = 0{,}02 \cdot 10^{-3}\,м^3$$

Значит можно долить еще 0,02 кг воды.
Тогда общая масса воды, которую можно долить 1+0,14+0,02=1,16 кг
Ответ: 1,16 кг

7. Открытую с обоих концов стеклянную трубку длиной 60 см опускают в сосуд с ртутью на 1/3 длины. Затем, закрыв верхний конец трубки, вынимают ее из ртути. Какой длины столбик ртути останется в трубке? Плотность ртути 13600 кг/м³.

Решение:
По закону Бойля-Мариотта для воздуха в трубке



$$\begin{cases} p_0 \cdot \dfrac{2}{3} l = p_1 (l - h) \\ p_1 + \rho g h = p_0 \end{cases}$$

$$p_0 \cdot \frac{2}{3} l = (p_0 - \rho g h) \cdot (l - h)$$

$$h = 0{,}121\, м$$

8. В сосуде с водой плавает льдинка, в которую вмерзла свинцовая дробинка. Масса льдинки 50 г, масса дробинки 5 г, температура воды в сосуде 0°С. Какое наименьшее количество теплоты необходимо затратить, чтобы дробинка начала тонуть? Плотность воды 1000 кг/м^3, плотность льда 900 кг/м^3, плотность свинца 11300 кг/м^3, удельная теплота плавления льда 334 кДж/кг, удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг К)

Решение:

$Q = \lambda(m - m_л)$

m – первоначальная масса льда;

$m_л$ – масса не растаявшего льда.

Дробинка и лед полностью погрузились под воду, тогда

$(m_д + m_л) g = \rho_в g (V_д + V_л)$

$m_д + m_л = \rho_в \left(\frac{m_д}{\rho_{св}} + \frac{m_л}{\rho_л}\right)$ отсюда $m_л$ = 41,5 г. Тогда Q = 2854 Дж.